Wiskundige Geletterdheid

KLASTEKS & STUDIEGIDS

Susan Nicol, *et al.*

GRAAD

11

KABV

3-in-1

THE ANSWER SERIES *Your Key to Exam Success*

Graad 11 Wiskundige Geletterdheid 3-in-1 KABV

KLASTEKS & STUDIEGIDS

Hierdie Graad 11 Wiskundige Geletterdheid 3-in-1 studiegids bied 'n grondige oorgang tussen die basiese konsepte wat in Graad 10 Wiskundige Geletterdheid gedek is en die vaardighede wat vir die Graad 12-eindeksamen vereis word. Die omvattende, logies georganiseerde studiegids werk saam met jou met behulp van 'n uitgebreide reeks oefeninge en onthouwenke, soos jy die vaardighede aanleer om wiskundige probleme in die alledaagse lewe, binne die raamwerk van die KABV-kurrikulum, aan te pak.

Sleutelkenmerke:

- Maklik verstaanbare, stapsgewyse benadering
- Omvattende studienotas en uitgewerkte voorbeelde vir al 7 onderwerpe
- Oefeninge en 'Toets jou Begrippe' vir elke onderwerp
- Gedetailleerde antwoorde met verduidelikings en nuttige wenke

Hierdie studiegids is propvol inhoud, toepassing en selfassessering. Dit is ideaal vir gebruik by die huis sowel as in die klaskamer.

THE ANSWER SERIES Your Key to Exam Success

GRAAD

11

KABV

3-in-1

Wiskundige Geletterdheid

Susan Nicol, *et al.*

HIERDIE KLASTEKS & STUDIEGIDS SLUIT IN

1 Notas en Uitgewerkte Voorbeelde

2 Vrae per Onderwerp

3 Gedetailleerde Antwoorde met Verduidelikings

E-boek beskikbaar

THE ANSWER SERIES *Your Key to Exam Success*

2016 publikasie | 2020 hersiene uitgawe | ISBN: 978-1-920-558-30-7

280721 | NOVUS

INHOUD

7: WAARSKYNLIKHEID

TERMINOLOGIE EN KONSEPTE

Hierdie verwysingslys van terme en konsepte wat algemeen gebruik word, is 'n noodsaaklike deel van jou kennis en begrip vir hierdie module. Maak dus seker dat jy die terme hieronder leer om die vrae te kan beantwoord EN om jou kennis en begrip binne bekende en onbekende kontekste te kan toepas.

UITDRUKKINGS VAN WAARSKYNLIKHEID

keer/ eksperiment	'n aktiwiteit wat waarneming en optekening van die resultaat behels bv. gooi van 'n dobbelsteen
uitkoms	die resultaat van 'n keer/eksperiment bv. om '6' te kry wanneer 'n dobbelsteen gegooi word
gebeurtenis	'n stel uitkomste van 'n keer/eksperiment bv. 1, 2, 3, 4, 5, 6 wanneer 'n dobbelsteen gegooi word
waarskynlikheid	die kans of moontlikheid dat 'n gebeurtenis sal plaasvind; wat uitgedruk kan word as 'n persentasie, gewone breuk of desimaal d.w.s. waarskynlikheid (gebeurtenis) $= \dfrac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal moontlike uitkomste}}$
waarskynlikheidskaal	'n skaal wat gebruik kan word om die waarskynlikheid dat 'n gebeurtenis gaan plaasvind, te stip; wat by 0% waarskynlikheid (onmoontlike gebeurtenis) begin, met 50% waarskynlikheid (ewe waarskynlike gebeurtenis) in die middel; en dan regdeur tot 100% waarskynlikheid (besliste gebeurtenis) 

VOORSPELLING

voorspelling	'n stelling oor 'n toekomstige gebeurtenis of uitkoms, gebaseer op die waarskynlikheid van historiese data of statistieke van 'n vorige gebeurtenis of uitkoms wat oor 'n lang tydperk plaasgevind het
teoretiese waarskynlikheid	die suiwer wiskundige berekening om die waarskynlikheid dat 'n gebeurtenis uit die totale aantal moontlike gebeurtenisse gaan plaasvind, te bepaal d.w.s. teoretiese waarskynlikheid $= \dfrac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal moontlike uitkomste}}$
frekwensie	die aantal kere wat 'n uitkoms plaasgevind het
eksperimentele waarskynlikheid / relatiewe frekwensie	die aantal kere wat die gebeurtenis plaasgevind het, relatief tot die aantal eksperimente/kere van die gebeurtenis d.w.s. eksperimentele waarskynlikheid / relatiewe frekwensie $= \dfrac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal gebeurtenisse}}$
terugplasing	wanneer die item wat jy gekies het, teruggeplaas word; wat tot gevolg het dat dieselfde item weer 'n kans het om gekies te word in die volgende eksperiment/keer
nie-terugplasing	wanneer die item wat jy gekies het, nie teruggeplaas word nie; wat tot gevolg het dat die aantal uitkomste in die volgende eksperiment/keer verminder word

VOORSTELLINGS VIR BEPALING VAN MOONTLIKE UITKOMSTE

saamgestelde gebeurtenisse	'n situasie wat die waarskynlikheid van meer as een gebeurtenis behels; waar elke gebeurtenis onafhanklik van die ander plaasvind  *Saamgestelde gebeurtenisse kan deur boomdiagramme of tweerigting gebeurlikheidstabelle voorgestel word.*
boomdiagramme	'n diagram in die vorm van 'n boom, met takke wat al die verskillende moontlike uitkomste van 'n saamgestelde gebeurtenis voorstel
tweerigting gebeurlikheidstabelle	'n tabel wat al die moontlike uitkomste van die een gebeurtenis in 'n kolom af toon; en die moontlike uitkomste van die ander gebeurtenis dwars oor 'n ry; met die gevolglike uitkomste van die saamgestelde gebeurtenis wat in die 'middel' van die tabel vertoon word

EENHEID 1
UITDRUKKINGS VAN WAARSKYNLIKHEID

Taal van Waarskynlikheid

- **Waarskynlikheid** verwys na die **kans** of **moontlikheid** dat 'n gebeurtenis sal plaasvind.

- 'n **Eksperiment** in waarskynlikheid verwys na 'n aktiwiteit wat die waarneming en optekening van resultate behels.

  bv. Gooi 'n dobbelsteen

  - As jy 'n dobbelsteen een keer **gooi**, word dit beskou as 'n **probeerslag**.
  - Die **resultaat** van 'n **probeerslag** (d.w.s. 1; 2; 3; 4; 5 of 6) is 'n **uitkoms**.
  - Om 'n dobbelsteen te gooi en 'n uitkoms te kry, word 'n **gebeurtenis** genoem.
  - As jy byvoorbeeld '6' wil gooi, dan word '6' as die **gunstige uitkoms** beskou.

Waarskynlikheidskaal

- Ons maak 'n voorspelling oor 'n toekomstige gebeurtenis deur die waarskynlikheid dat dit gaan plaasvind, te beskryf:

  - As 'n gebeurtenis **beslis nie gaan plaasvind nie**, sê ons dat daar **geen kans is nie** of dat die kans dat dit gaan gebeur **nul persent** is.

    ∴ die **gebeurtenis** word beskryf as **onmoontlik**

    ∴ die **waarskynlikheid** van die gebeurtenis is **0% (nul)**

  - As 'n gebeurtenis **dalk** gaan plaasvind, maar beide opsies is **ewe waarskynlik**, dan is daar 'n **50-50 kans** of **50 persent kans** dat dit sal gebeur.

    ∴ die **gebeurtenis** word beskryf as **ewe waarskynlik**

    ∴ die **waarskynlikheid** van die gebeurtenis is **50%**

  - As 'n gebeurtenis **beslis gaan plaasvind**, dan is daar 'n **100 persent kans** dat dit sal gebeur.

    ∴ die **gebeurtenis** word beskryf as **seker**

    ∴ die **waarskynlikheid** van die gebeurtenis is **100%**

- Waarskynlikheid kan in drie verskillende numeriese maniere geskryf word:

  ❶ **persentasie**

  ❷ **gewone breuk**

  ❸ **desimaal**

Vereenvoudig altyd die ***gewone breuk*** so ver as moontlik!*

- Die waarskynlikheid dat 'n gebeurtenis gaan plaasvind, kan op 'n waarskynlikheidskaal aangetoon word.

  - Waarskynlikheidswaardes wissel van nul tot een, of van 0% tot 100%. Met ander woorde, 'n waarskynlikheid **kan nie** minder as nul wees nie, ook nie groter as 1 (of 100%) nie.

'N WAARSKYNLIKHEIDSKAAL

	Onmoontlik		Ewe waarskynlik		Seker
Persentasie:	0%	25%	50%	75%	100%
Breuk:	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
Desimaal:	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00

bv. Gooi 'n dobbelsteen en kry 'n '7'

Skiet 'n muntstuk op en kry 'kruis' of 'munt'

Trek 'n rooi of swart kaart van 'n standaard-pak kaarte.

Dit is onmoontlik, omdat 'n dobbelsteen slegs getalle 1 - 6 het!

Dit is seker, omdat daar slegs rooi of swart kaarte in 'n pak kaarte is!

Uitgewerkte Voorbeelde

Gegewe die eksperiment van die opskiet van 'n muntstuk, beantwoord die volgende vrae:

1. Bepaal die moontlike uitkomste van die eksperiment.

   Moontlike uitkomste is 'kruis' of 'munt'.

2. Beskryf die kans van die muntstuk om op 'hand' te land.

   Die kans word beskryf as 'onmoontlik'.

   Jy kan óf 'kruis' óf 'munt' kry, maar geen 'hand' bestaan nie!

3. Bepaal die waarskynlikheid om op 'kruis' te land. Gee jou antwoord as 'n persentasie, breuk en desimaal.

   Waarskynlikheid om op 'kruis' te land, is ewe waarskynlik.

   $\therefore\ 50\%\ ;\ \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\ ;\ 0{,}5$

Berekening van Waarskynlikheid

- Die universele simbool om die waarskynlikheid van 'n gebeurtenis te bepaal, is **P(gebeurtenis)**.
- Die formule wat gebruik word om waarskynlikheid te bereken, is:

$$\text{waarskynlikheid (gebeurtenis)} = \frac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal moontlike uitkomste}}$$

Uitgewerkte Voorbeelde

Gegewe die eksperiment om 'n dobbelsteen te gooi, bereken die waarskynlikheid om die volgende te gooi:

1. 'n '3'.

   $P(3) = \frac{1}{6}\ (= 0{,}17 = 16{,}67\%)$

   LET WEL! *Los eerder jou antwoord as 'n vereenvoudigde breuk om enige berekeningsfoute in herleidings na desimale of persentasies te vermy.*

2. 'n onewe getal.

   $P(\text{onewe getal}) = \frac{3}{6}$

   $= \frac{1}{2}\ (= 0{,}5 = 50\%)$

   Onewe getalle = 1; 3; 5

3. 'n '8'.

   $P(8) = \frac{0}{6}$

   $= 0\ (= 0 = 0\%)$

   'n Dobbelsteen het slegs getalle 1; 2; 3; 4; 5; 6.

4. 'n getal van 1 tot 6.

   $P(1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6) = \frac{6}{6}$

   $= 1\ (= 1{,}0 = 100\%)$

   Al hierdie getalle is moontlike uitkomste op 'n dobbelsteen.

Toets Jou Begrip

Antwoorde op bladsy A36

1. Beskryf die volgende waarskynlikhede (in woorde), deur die waarskynlikheidskaal te gebruik:

   1.1 0,9   1.2 $\frac{5}{10}$ 1.3 100%

   1.4 $\frac{1}{100}$ 1.5 0

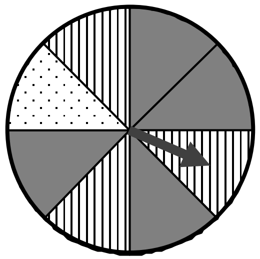
2. Beskou die draaibord hier langsaan en bepaal die waarskynlikheid dat die draaibord sal land op:

   2.1 strepies

   2.2 kolletjies

   2.3 'n wit sektor

   2.4 'n grys sektor



3. Beskou die stel getalle van 1 - 10 (1 en 10 ingesluit) en bereken die waarskynlikheid om die volgende getalle te kies:

   3.1 P(7)   3.2 P(ewe getalle)

   3.3 P(0)   3.4 P(priemgetalle)

   3.5 P(faktor van 10)   3.6 P(veelvoud van 10)

4. Peter is voor in die ry om sjokolade vir sy ma te koop en kies 'n sjokolade ewekansig.

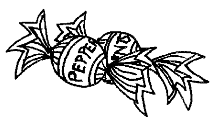
   Daar is sjokolade soos volg toegedraai:

   - 17 silwer
   - 20 goud
   - 13 rooi

   Bepaal die waarskynlikheid dat Peter 'n sjokolade sal kies, toegedraai in:

   4.1 rooi foelie

   4.2 groen foelie



EENHEID 2
VOORSPELLING

Waarskynlikheid is 'n Voorspelling

- Waarskynlikheid verwys na die **kans of moontlikheid** dat 'n gebeurtenis sal plaasvind.
- Waarskynlikheid word **gebruik** om 'n **voorspelling** oor 'n toekomstige gebeurtenis te maak, gebaseer op historiese data/statistieke van vorige gebeurtenisse.
- Waarskynlikheid as 'n voorspeller word dikwels gebruik by weddenskappe by sportgebeurtenisse, weer, toetsuitslae, ens.

Relatiewe Frekwensie

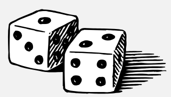
- **Relatiewe frekwensie** van 'n gebeurtenis dui aan **hoeveel keer** 'n **uitkoms voorgekom het** (d.w.s. die frekwensie), as 'n **breuk van die totale aantal uitkomste** waargeneem.
- Frekwensietabelle word gebruik, met 'n ekstra kolom om die relatiewe frekwensie aan te teken.

Sien Module 6: Datahantering, bl. 163 vir hersiening oor frekwensietabelle.

Uitgewerkte Voorbeeld

Tim gooi 'n dobbelsteen 30 keer en skryf die uitkomste neer, soos aangetoon in onderstaande tabel:

Uitkoms van dobbelsteen	Telling	Frekwensie
1	ǀǀ	2
2	ǀǀǀǀ	4
3	~~ǀǀǀǀ~~ ǀǀ	7
4	ǀǀǀ	3
5	~~ǀǀǀǀ~~ ǀǀǀǀ	9
6	~~ǀǀǀǀ~~	5
	Totaal	**30**



Bepaal die relatiewe frekwensie van elke uitkoms:

Uitkoms van dobbelsteen	Telling	Frekwensie	Relatiewe frekwensie
1	||	2	$\frac{2}{30}$
2	||||	4	$\frac{4}{30}$
3	~~||||~~ ||	7	$\frac{7}{30}$
4	|||	3	$\frac{3}{30}$
5	~~||||~~ ||||	9	$\frac{9}{30}$
6	~~||||~~	5	$\frac{5}{30}$
	Totaal	**30**	

Teoretiese versus Eksperimentele Waarskynlikheid

- **Teoretiese waarskynlikheid** verwys na die **suiwer wiskundige** berekening om die waarskynlikheid dat 'n gebeurtenis uit 'n totale aantal moontlike gebeurtenisse sal plaasvind, te bepaal.

$$\therefore \text{ teoretiese waarskynlikheid } = \frac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal moontlike uitkomste}}$$

- **Eksperimentele waarskynlikheid** verwys na die **werklike resultate** wat verkry word wanneer die **relatiewe frekwensie** van 'n gebeurtenis, na herhaalde probeerslae, bereken word.

$$\therefore \text{ eksperimentele waarskynlikheid (relatiewe frekwensie) } = \frac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal gebeurtenisse}}$$

Hoe meer kere 'n eksperiment herhaal word, hoe nader kom die waarde vir die eksperimentele waarskynlikheid aan die teoretiese waarskynlikheid.

Uitgewerkte Voorbeelde

In die voorbeeld op bl. 189 van Tim wat 'n dobbelsteen 30 keer gooi en die resultate aanteken, bepaal die volgende:

'n Dobbelsteen het 6 moontlike uitkomste: 1; 2; 3; 4; 5; 6.

1. Teoretiese waarskynlikheid van Tim om 'n 5 te gooi.

   Teoretiese waarskynlikheid $= \dfrac{\textit{aantal gunstige uitkomste}}{\textit{totale aantal moontlike uitkomste}} = \dfrac{1}{6}$

   (= 0,17 = 16,67%)

2. Eksperimentele waarskynlikheid van Tim om 'n 5 te gooi.

   Eksperimentele waarskynlikheid (relatiewe frekwensie) $= \dfrac{\textit{aantal gunstige uitkomste}}{\textit{totale aantal gebeurtenisse}}$

   Tim gooi nege keer 'n '5'.

   $= \dfrac{9}{30}$ *(= 0,3 = 30%)*

3. Verduidelik hoekom daar 'n verskil is tussen die antwoorde van die teoretiese en eksperimentele waarskynlikheid.

   Teoretiese waarskynlikheid *is 'n suiwer* ***wiskundige berekening*** *gebaseer op die aantal* ***gunstige uitkomste*** *(positiewe resultate) oor die* ***totale aantal moontlike uitkomste*** *(resultate van die probeerslae). Dit word gebruik om toekomstige gebeurtenisse wat ons verwag gaan gebeur, te voorspel. Dit reflekteer egter nie noodwendig die werklike uitkomste van die gebeurtenis nie.*

   Eksperimentele waarskynlikheid *reflekteer die uitkoms van die* ***werklike gebeurtenisse*** *d.w.s. die aantal kere wat die* ***gunstige uitkoms*** *(positiewe resultaat) werklik plaasgevind het oor die* ***totale aantal gebeurtenisse*** *(probeerslae en hul resultate). Dit is egter belangrik om daarop te let dat hoe meer* ***probeerslae*** *(werklike eksperimente) daar is, hoe nader sal die teoretiese en eksperimentele waarskynlikhede aan mekaar kom.*

Toets Jou Begrip

Antwoorde op bladsy A36

1. Lisa maak haar eie speletjie op en toets haar kennis van waarskynlikheid terwyl sy saam met haar vriende speel. Elke vriend moet 'n kaart trek en dan die instruksie uitvoer. Die resultaat van elke kaart wat getrek kan word, word hieronder aangedui:

Kaart	Frekwensie
Doen 10 skêrsponge	3
Hardloop om die blok	5
Draai 10 keer in die rondte	7
Doen 5 opsitte	2
Gee vir elkeen 'n lekker	4

1.1 Hoeveel kaarte is daar?

1.2 Hoeveel keer het die vriende die speletjie gespeel?

1.3 Wat is die teoretiese waarskynlikheid om die kaart, gemerk 'doen 5 opsitte', te trek?

1.4 Voeg nog 'n kolom by die tabel en bepaal die relatiewe frekwensie van elke kaart.

1.5 Watter kaart het die hoogste eksperimentele waarskynlikheid? Noem die kaart en gee jou antwoord as 'n persentasie.

2. 'n Vervaardiger merk elke glasvaas as perfek, gekrap of gekraak na produksie. Op 'n spesifieke dag het die vervaardiger 120 perfekte vase, 17 gekrapte vase en 13 gekraakte vase aangeteken.

2.1 Bepaal die teoretiese waarskynlikheid dat 'n vaas na produksie gekraak is.

2.2 Bereken die relatiewe frekwensie om 'n gekrapte vaas te vervaardig.

2.3 Bepaal die eksperimentele waarskynlikheid om 'n perfekte vaas te vervaardig.

3. 'n Dwelmtoets het 'n 96% akkuraatheidskoers om dwelmmiddels in urine op te spoor. Die dwelmtoets is op dwelmverslaafdes wat onlangs dwelms gebruik het, gedoen. Die resultate van die dwelmtoets word hieronder aangetoon:

Uitkoms	Frekwensie
Positief vir dwelms	145
Negatief vir dwelms	5

3.1 Hoeveel dwelmverslaafdes is getoets?

3.2 Wat is die teoretiese waarskynlikheid om positief vir dwelms getoets te word?

3.3 Bereken die eksperimentele waarskynlikheid om positief vir dwelms te toets. Gee jou antwoord as 'n persentasie.

3.4 Sal jy staatmaak op die resultate van hierdie dwelmtoets? Gee 'n rede vir jou antwoord, gebaseer op jou antwoorde in Vrae 3.2 en 3.3.

EENHEID 3
VOORSTELLINGS VIR DIE BEPALING VAN MOONTLIKE UITKOMSTE

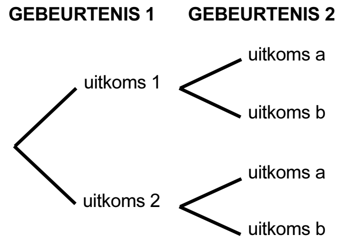
Saamgestelde Gebeurtenisse

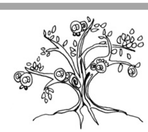
- Situasies wat die waarskynlikheid van **meer as een gebeurtenis** behels, staan bekend as **saamgestelde gebeurtenisse**. Hierdie gebeurtenisse kan op dieselfde tydstip, of een na die ander, plaasvind.
- Dit is belangrik om daarop te let dat die gebeurtenisse in 'n **saamgestelde gebeurtenis onafhanklik** van mekaar plaasvind (d.w.s. die resultate van een gebeurtenis het geen invloed op die resultate van die ander gebeurtenis nie).

  bv. gooi 'n dobbelsteen twee keer; skiet 'n muntstuk twee keer op; trek 'n kaart meer as een keer uit 'n pak kaarte, ens.
- Om **saamgestelde gebeurtenisse visueel voor te stel**, gebruik ons **boomdiagramme** en **tweerigtingtabelle** (ook bekend as **gebeurlikheidstabelle**).

Boomdiagramme

- Boomdiagramme gee aan ons 'n manier om al die moontlike uitkomste van **saamgestelde gebeurtenisse visueel voor te stel**.
- 'n Boomdiagram is in die vorm van 'n boom, met die takke wat al die verskillende moontlike uitkomste voorstel.
- Onthou dat elke **gebeurtenis onafhanklik** van die ander is.





Uitgewerkte Voorbeeld

Lindsay moet op 'n verjaardagkoek besluit. Sy moet eers kies tussen 'n sjokolade- of vanieljesponskoek, en dan die versiering wat karamel, Smarties of peperment kan wees.

1. Gebruik bostaande inligting om 'n boomdiagram te teken.

   GEBEURTENIS 1: Tipe sponskoek

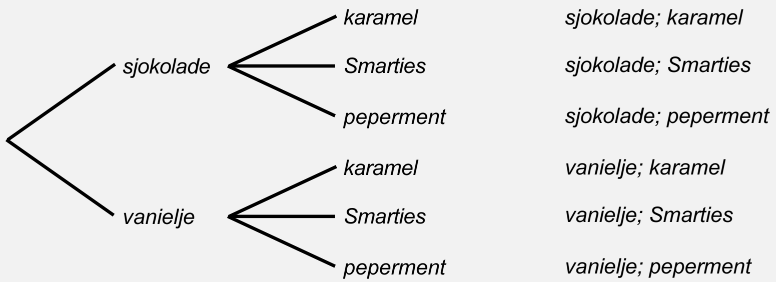
   Twee moontlike uitkomste: sjokolade of vanielje

   GEBEURTENIS 2: Tipe versiering

   Drie moontlike uitkomste: karamel, Smarties of peperment

   Vir elke moontlike uitkoms van Gebeurtenis 1, skryf die moontlike uitkomste (gebruik takke) vir elke moontlike gebeurtenis 2 neer:

   ∴ Boomdiagram vir Gebeurtenis 1 en 2: Lindsay se verjaardagkoek



2. Gebruik jou boomdiagram van Vraag 1 en bepaal die:

   2.1 aantal moontlike uitkomste.

   6

   2.2 waarskynlikheid dat Lindsay 'n sjokoladekoek versier met karamel sal kies.

   $\frac{1}{6}$ *(= 0,167 = 16,67%)*

   2.3 waarskynlikheid dat Lindsay 'n vanieljekoek sal kies.

   $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ *(= 0,5 = 50%)*

   3 van die moontlike 6 uitkomste het vanieljekoek by.

   2.4 waarskynlikheid dat Lindsay sal kies om die koek met Smarties te versier.

   $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ *(= 0,33 = 33,33%)*

   2 van die moontlike 6 uitkomste het Smarties by.

Tweerigtingtabelle

- Ook bekend as **gebeurlikheidstabelle**.
- Tweerigtingtabelle gee aan ons 'n ander manier om al die moontlike uitkomste van **saamgestelde gebeurtenisse visueel voor te stel**.
- 'n Tweerigtingtabel toon al die moontlike uitkomste van die een gebeurtenis in 'n kolom, asook die moontlike uitkomste van die ander gebeurtenis dwars in 'n ry.

  Die uitkomste van die saamgestelde gebeurtenis of die frekwensies van die gebeurtenisse word dus in die 'middel' van die tabel voorgestel.

Uitgewerkte Voorbeelde

1. Gebruik die inligting van Lindsay se koek om 'n gebeurlikheidstabel op te stel.

Tipe sponskoek	***Tipe koekversiering***		
	Karamel	***Smarties***	***Peperment***
sjokolade	*sjokolade; karamel*	*sjokolade; Smarties*	*sjokolade; peperment*
vanielje	*vanielje; karamel*	*vanielje; Smarties*	*vanielje; peperment*

2. Die onderstaande tabel bevat inligting oor die aantal studente wat vir 'n Wiskunde-kursus by 'n VOO-kollege ingeskryf het en die bywoningsvlak gedurende die jaar.

		Bywoning			
		Meer as 80%	**50% tot 80%**	**Minder as 50%**	**Totaal**
Resultaat	**Slaag**	27	8	3	38
	Druip	2	12	28	42
	Totaal	29	20	31	80

Bestudeer die tabel op bl. 192 en beantwoord die volgende vrae:

2.1 Hoeveel studente het die kursus geslaag en hoeveel het gedruip?

Geslaag = 38

Gedruip = 42

2.2 Hoeveel studente het vir die kursus ingeskryf?

Totale aantal studente = totaal geslaag + totaal gedruip
= 38 + 42 = 80

2.3 Hoeveel studente het minder as 50% van die lesse vir die kursus bygewoon?

31

2.4 Hoeveel studente wat meer as 80% van die lesse bygewoon het, het geslaag?

27

Vind die sel in die tabel waar die 'Meer as 80%' kolom en die 'Slaag' ry ontmoet.

2.5 Hoeveel studente wat minder as 50% van die lesse bygewoon het, het gedruip?

28

Vind die sel in die tabel waar die 'Minder as 50%' kolom en die 'Druip' ry ontmoet.

2.6 Wat is die waarskynlikheid dat 'n kursusstudent ewekansig gekies, die kursus sal slaag?

Aantal studente wat die kursus slaag = 38
Aantal studente wat vir die kursus ingeskryf het = 80

$\therefore$ *P(student wat slaag)* $= \dfrac{38}{80} = \dfrac{19}{40}$ *(= 0,475 = 47,5%)*

2.7 Wat is die waarskynlikheid dat 'n kursusstudent, ewekansig gekies, minder as 50% van die lesse bygewoon het?

Aantal studente wat minder as 50% van die lesse bygewoon het = 31
Aantal studente wat vir die kursus ingeskryf het = 80

$\therefore$ *P(minder as 50% bygewoon)* $= \dfrac{31}{80}$ *(= 0,3875 = 38,75%)*

2.8 Wat is die waarskynlikheid dat 'n kursusstudent, ewekansig gekies, 50% tot 80% van die lesse bygewoon het, maar die kursus gedruip het?

Aantal studente wat 50% tot 80% bygewoon het en gedruip het = 12
Aantal studente wat vir die kursus ingeskryf het = 80

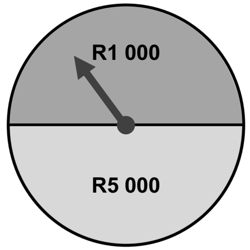
$\therefore$ *P(50% tot 80% bygewoon, maar gedruip)* $= \dfrac{12}{80}$ *(= 0,15 = 15%)*

Toets Jou Begrip

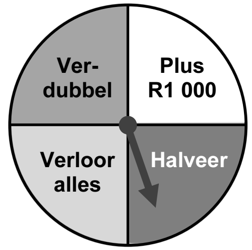
Antwoorde op bladsy A37

1. Ben het 'n geleentheid om geld by 'n fondsinsameling vir 'n plaaslike liefdadigheidsorganisasie te wen. Hy wil eers kyk hoeveel geld hy moontlik kan wen, deur die eerste draaibord te draai. Daarna moet hy die tweede draaibord draai om sy finale prysgeld te bepaal. Dit word hieronder geïllustreer:

DRAAIBORD 1



DRAAIBORD 2



Gebruik bostaande inligting en beantwoord die volgende vrae:

1.1 Teken 'n boomdiagram om bostaande gebeurtenisse te illustreer en onthou om 'n lys van alle moontlike uitkomste in te sluit.

1.2 Gebruik die inligting van jou boomdiagram in Vraag 1.1 om die volgende vrae te beantwoord:

1.2.1 Hoeveel moontlike uitkomste is daar?

1.2.2 Wat is die waarskynlikheid om R5 000 te wen nadat slegs Draaibord 1 gedraai is?

1.2.3 Wat is die waarskynlikheid om R1 000 te wen en dit te halveer?

1.3.1 Teken 'n tabel van al jou moontlike uitkomste van jou boomdiagram en bereken die randwaarde van elke moontlike uitkoms.

bv.

Moontlike uitkoms	Randwaarde
R1 000; verdubbel . . . ens.	R1 000 $\times$ 2 = R2 000 . . . ens.

1.3.2 Gebruik jou tabel van randwaardes vir elke moontlike uitkoms en bepaal die waarskynlikheid om die volgende te wen:

(a) R10 000 (b) R2 000 (c) R0

2. Onderstaande tabel toon inligting aangaande die aantal Graad 11-seuns en -meisies van 'n sekere skool wat Wiskunde en Wiskundige Geletterdheid neem.

		Vak		
		Wiskunde	**Wiskundige Geletterdheid**	**Totaal**
Geslag	**Seuns**	25	18	43
	Meisies	13	32	45
	Totaal	38	50	88

2.1 Hoeveel leerders neem Wiskunde?

2.2 Hoeveel meisies neem Wiskundige Geletterdheid?

2.3 Hoeveel seuns is daar in Graad 11?

2.4 Hoeveel leerders is daar in Graad 11?

2.5 Wat is die waarskynlikheid dat 'n leerder ewekansig gekies in Graad 11:

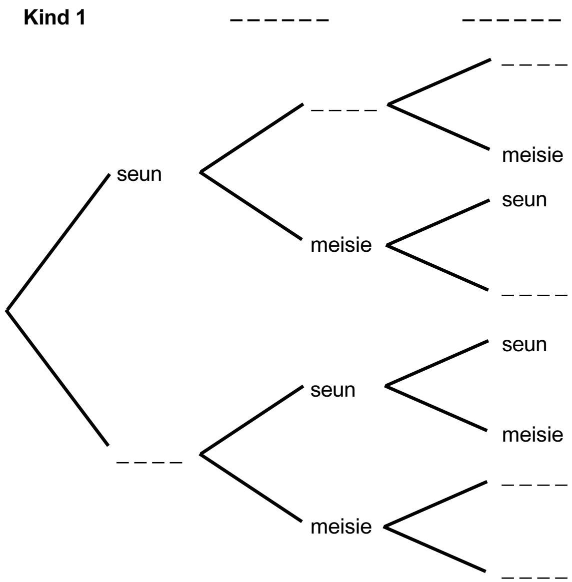
2.5.1 'n meisie sal wees?

2.5.2 Wiskunde sal neem?

2.5.3 'n meisie sal wees wat Wiskundige Geletterdheid neem?

2.5.4 nie Wiskundige Geletterdheid neem nie?

3. 'n Paartjie wil graag 3 kinders hê en wonder wat die waarskynlikhede sal wees om seuns en meisies te hê. Bestudeer die onderstaande boomdiagram en beantwoord die volgende vrae:



3.1 Teken bostaande boomdiagram oor en vul al die ontbrekende gebeurtenisse en uitkomste in.

3.2 Lys al die moontlike uitkomste.

3.3 Wat is die waarskynlikheid om:

3.3.1 eers 'n seun te hê?

3.3.2 'n seun as tweede kind te hê?

3.3.3 3 seuns te hê?

3.3.4 1 seun en 2 meisies te hê?

3.3.5 eers 'n seun te hê en dan 2 meisies?

4. 'n Maatskappy wat koffie maak, probeer 'n nuwe geur. Hulle besluit om dit op 'n groep mense te toets voordat hulle sal besluit om die nuwe geur in winkels te verkoop.

Onderstaande tabel toon die inligting wat van die groep mense ingesamel is, aan.

		Sal die koffiegeur koop	**Sal nie die koffiegeur koop nie**	**Totaal**
Geslag	**Manlik**	27	23	
	Vroulik	21		
	Totaal		52	

4.1 Sommige waardes ontbreek in die tabel. Voltooi die tabel deur hierdie ontbrekende waardes te bereken.

4.2 Hoeveel mense is deur die maatskappy ondervra?

4.3 Wat is die waarskynlikheid dat 'n persoon wat ondervra is, die koffie sal koop?

4.4 Wat is die waarskynlikheid dat 'n persoon wat ondervra is, manlik is wat nie die koffie sal koop nie?

4.5 Veronderstel dat die maatskappy probeer om hierdie koffie aan 30 mense te verkoop - van hoeveel van hulle sal verwag word om die koffie te koop? Toon alle bewerkings.

4.6 Gebaseer op die resultate in die tabel, dink jy die maatskappy behoort hierdie koffiegeur in die winkels te verkoop? Verduidelik jou antwoord.

MODULE 7

EENHEID 1: Uitdrukkings van waarskynlikheid

Toets Jou Begrip

1.1 0,9 → hoogs waarskynlik of amper seker

1.2 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ → ewe waarskynlik

1.3 100% → seker

1.4 $\frac{1}{100} = 0{,}01 = 1\%$
→ baie onwaarskynlik of amper onmoontlik

1.5 0 → onmoontlik

2.1 P(strepies) = $\frac{3}{8}$ (= 0,375 = 37,5%)

2.2 P(kolletjies) = $\frac{1}{8}$ (= 0,125 = 12,5%)

Aantal sektore = 8

2.3 P(wit) = $\frac{0}{8}$ = 0 (= 0 = 0%)

2.4 P(grys) = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (= 0,5 = 50%)

3.1 P(7) = $\frac{1}{10}$ (= 0,1 = 1%)

Totale getalle in stel = 10

3.2 P(ewe getalle) = $\frac{5}{10}$

Ewe getalle: 2; 4; 6; 8; 10

= $\frac{1}{2}$ (= 0,5 = 50%)

3.3 P(0) = $\frac{0}{10}$ = 0 (0 = 0%)

3.4 P(priemgetalle) = $\frac{4}{10}$

Priemgetalle: 2; 3; 5; 7

= $\frac{2}{5}$ (= 0,4 = 40%)

3.5 P(faktor van 10) = $\frac{4}{10}$

Faktore van 10: 1; 2; 5; 10

= $\frac{2}{5}$ (= 0,4 = 40%)

3.6 P(veelvoud van 10) = $\frac{1}{10}$ (= 0,1 = 1%)

Veelvoud van 10: 10; 20; 30 . . . maar slegs 10 bestaan in die stel!

4.1 P(rooi foelie) = $\frac{13}{50}$ (= 0,26 = 26%)

Aantal moontlike uitkomste = 17 + 20 + 13 = 50

4.2 P(groen foelie) = $\frac{0}{50}$ = 0 (= 0 = 0%)

Daar is geen sjokolade in groen foelie nie!

EENHEID 2: Voorspelling

Toets Jou Begrip

1.1 5 kaarte

1.2 Totaal frekwensie = 3 + 5 + 7 + 2 + 4 = 21
∴ Vriende speel 21 keer

1.3 Teoretiese waarskynlikheid
$= \frac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal moontlike uitkomste}}$
$= \frac{1}{5}$ (= 0,2 = 20%)

1.4

Kaart	Frekwensie	Relatiewe frekwensie
Doen 10 skêrspronge	3	$\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$
Hardloop om die blok	5	$\frac{5}{21}$
Draai 10 keer in die rondte	7	$\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$
Doen 5 opsitte	2	$\frac{2}{21}$
Gee vir elkeen 'n lekker	4	$\frac{4}{21}$
TOTAAL	21	

1.5 Eksperimentele waarskynlikheid (relatiewe frekwensie)
$= \frac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal gebeurtenisse}}$
$= \frac{7}{21} = \frac{1}{3} = 33{,}33\%$
∴ 'Draai 10 keer in die rondte' het die hoogste eksperimentele waarskynlikheid van 33,33%

2.1 Teoretiese waarskynlikheid
$= \frac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal moontlike uitkomste}}$
$= \frac{1}{3}$ (= 0,33 = 33,33%)

2.2 Relatiewe frekwensie $= \frac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal gebeurtenisse}}$
$= \frac{17}{120 + 17 + 13}$
$= \frac{17}{150}$ (= 0,11 = 11,33%)

2.3 Eksperimentele waarskynlikheid
$= \frac{\text{aantal gunstige uitkomste}}{\text{totale aantal gebeurtenisse}}$
$= \frac{120}{150} = \frac{4}{5}$ (= 0,8 = 80%)

3.1 Aantal dwelmverslaafdes getoets = 145 + 5 = 150

3.2 96%

Die akkuraatheid van die toets.

3.3 Eksperimentele waarskynlikheid $= \frac{145}{150} = 96{,}67\%$

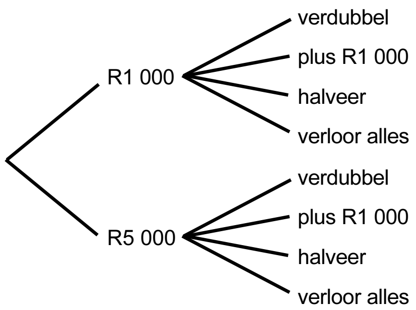
3.4 Ja, die dwelmtoets is betroubaar omdat die teoretiese en eksperimentele waarskynlikhede baie naby aan mekaar is.

EENHEID 3:
Voorstellings vir die bepaling van moontlike uitkomste

Toets Jou Begrip

1.1

DRAAIBORD 1: **DRAAIBORD 2:** **Moontlike uitkomste**



R1 000; verdubbel
R1 000; plus R1 000
R1 000; halveer
R1 000; verloor alles
R5 000; verdubbel
R5 000; plus R1 000
R5 000; halveer
R5 000; verloor alles

1.2.1 8 moontlike uitkomste

1.2.2 P(R5 000 vir slegs draaibord 1) $= \frac{1}{2}$ $(= 0{,}5 = 50\%)$

1.2.3 P(R1 000; halveer) $= \frac{1}{8}$ $(= 0{,}125 = 12{,}5\%)$

1.3.1

Moontlike uitkomste	Randwaarde
R1 000; verdubbel	R1 000 $\times$ 2 = R2 000
R1 000; plus R1 000	R1 000 + R1 000 = R2 000
R1 000; halveer	R1 000 $\div$ 2 = R500
R1 000; verloor alles	R1 000 - R1 000 = R0
R5 000; verdubbel	R5 000 $\times$ 2 = R10 000
R5 000; plus R1 000	R5 000 + R1 000 = R6 000
R5 000; halveer	R5 000 $\div$ 2 = R2 500
R5 000; verloor alles	R5 000 - R5 000 = R0

1.3.2 (a) P(R10 000) $= \frac{1}{8}$ $(= 0{,}125 = 12{,}5\%)$

(b) P(R2 000) $= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $(= 0{,}25 = 25\%)$

(c) P(R0) $= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $(= 0{,}25 = 25\%)$

2.1 38 leerders

2.2 32 meisies

2.3 43 seuns in Graad 11

2.4 88 leerders in Graad 11

2.5.1 P(meisie) $= \frac{45}{88}$ $(= 0{,}511 = 51{,}14\%)$

2.5.2 P(Wiskunde) $= \frac{38}{88} = \frac{19}{44}$ $(= 0{,}4318 = 43{,}18\%)$

2.5.3 P(meisie neem Wisk Gel) $= \frac{32}{88}$

$= \frac{4}{11}$

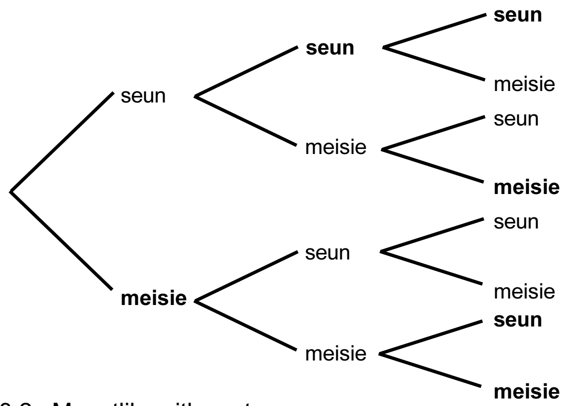
$(= 0{,}3636 = 36{,}36\%)$

2.5.4 P(nie Wisk Gel) = P(Wisk) $= \frac{38}{88}$

$= \frac{19}{44}$

$(= 0{,}4318 = 43{,}18\%)$

3.1 Kind 1 **Kind 2** **Kind 3**



3.2 Moontlike uitkomste:

(seun; seun; seun) (seun; seun; meisie)
(seun; meisie; seun) (seun; meisie; meisie)
(meisie; seun; seun) (meisie; seun; meisie)
(meisie; meisie; seun) (meisie; meisie; meisie)

3.3.1 P(seun) $= \frac{1}{2}$ $(= 0{,}5 = 50\%)$

3.3.2 P(seun vir 2de kind) $= \frac{1}{2}$ $(= 0{,}5 = 50\%)$

3.3.3 P(3 seuns) $= \frac{1}{8}$ $(= 0{,}125 = 12{,}5\%)$

3.3.4 P(1 seun en 2 meisies) $= \frac{3}{8}$ $(= 0{,}375 = 37{,}5\%)$

LET WEL! *Dit beteken* ***enige volgorde*** *van 1 seun en 2 meisies.*
∴ Moontlike uitkomste = (seun; meisie; meisie) OF (meisie; seun; meisie) OF (meisie; meisie; seun) = 3

3.3.5 P(eers seun, dan 2 meisies) $= \frac{1}{8}$ $(= 0{,}125 - 12{,}5\%)$

LET WEL! *Volgorde word gespesifiseer, dus slegs 1 moontlike uitkoms.*

4.1

		Sal die koffiegeur koop	Sal nie die koffiegeur koop nie	Totaal
Geslag	Manlik	27	23	**50**
	Vroulik	21	**29**	**50**
	Totaal	**48**	52	**100**

4.2 100 mense

4.3 P(sal koffie koop) $= \frac{48}{100}$ $(= 0{,}48 = 48\%)$

4.4 P(manlik wat nie koffie koop nie)

$= \frac{23}{100}$ $(= 0{,}23 = 23\%)$

4.5 P(sal koffie koop) $= \frac{48}{100} \times 100\% = 48\%$

Aantal mense wat moontlik koffie sal koop

$= 48\% \times 30 = \frac{48}{100} \times \frac{30}{1} = 14{,}4 \approx 14$ mense

4.6 Nee. Meer as 50% $\left(\frac{52}{100}\right)$ van die mense wat die koffie getoets het, het aangedui dat hulle nie die koffie sal koop nie.